

PRML Exercises 2.20

B4 松井一紘

June 19, 2015

定義: 正定値行列

n 次エルミート (対称) 行列 A が正定値行列 $\Leftrightarrow$ 任意の $\boldsymbol{x} \neq \mathbf{0}$ に対して、 $\boldsymbol{x}^* A \boldsymbol{x} > 0$

半正定値 $\boldsymbol{x}^* A \boldsymbol{x} \geq 0$

定理

A が正定値 $\Leftrightarrow A$ の固有値が全て正

(証明) A がエルミート行列なので対角化できる。

$$\boldsymbol{x}^* A \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^* U^* \text{diag}(\lambda_i) U \boldsymbol{x} \tag{1}$$